

EJERCICIOS

1 Dibuja las gráficas de las funciones $y = 3^x$ e $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ construyendo previamente una tabla de valores. Observa después:

- ¿Cuánto valen para $x = 0$? ¿Y para $x = 1$?
- ¿Qué signo tiene la y en cada una de ellas?
- ¿Cuál es creciente? ¿Cuál es decreciente?
- ¿Cuál es, en cada una, la tendencia cuando x tiende a ∞ ? ¿Y a $-\infty$?

2 Dibuja en unos mismos ejes las gráficas de:

$$\text{a) } y = 4^x \quad \text{e} \quad y = \left(\frac{1}{4}\right)^x \qquad \text{b) } y = 5^x \quad \text{e} \quad y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$$

3 Un millón de pesetas se coloca al 8% de interés anual. ¿En cuánto se convierte al cabo de 3 años? ¿Y de 5 años?

4 Al estudiar una cierta población en 1980, se observa que los datos se ajustan a la función exponencial $y = 300 \cdot (1,2)^x$. ¿Cuántos individuos había en ese mismo año 1980? ¿Y en 1981? ¿Y en 1991? Si no varían las condiciones, ¿cuántos habrá en 1999?

5 Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

$$\text{a) } 3^{2-x} = 9 \qquad \text{b) } 3^{x^2-5} = 81 \qquad \text{c) } 2^{1-x^2} = \frac{1}{8} \qquad \text{d) } 2^{x+1} = \sqrt[3]{4}$$

6 En un cierto cultivo había inicialmente 500 amebas que se duplican por bipartición cada día. Si ahora hay 256 000, ¿cuántos días han transcurrido desde que se inició el cultivo?

7 Resuelve las ecuaciones:

$$\text{a) } 7^{x+2} = 823\,543 \qquad \text{b) } 5^{5x-2} = 390\,625 \qquad \text{c) } 343^x = 16\,807$$

(Ayuda: Utiliza la calculadora para expresar estos números como potencias.)

8 Resuelve las ecuaciones:

$$\text{a) } 2^{x^2-2x+1} = 1 \qquad \text{b) } 3^{x^2-5x+6} = 1 \qquad \text{c) } 5^{4x^2-8x+3} = 1$$

9 Para resolver la ecuación $2^x + 2^{x+1} = 12$, hacemos el cambio de variable $2^x = z$ y, aplicando las propiedades de las potencias ($2^{x+1} = 2^x \cdot 2$), llegamos a la ecuación $z + 2z = 12$. Después de hallar z , tienes que resolver la ecuación $2^x = z$. ¿Cuál es la solución de la ecuación?

10 Resuelve, utilizando el procedimiento anterior, las ecuaciones:

$$\text{a) } 3^x + 3^{x+2} = 30 \qquad \text{b) } 5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = \frac{31}{5}$$

11 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\text{a) } \begin{cases} 3^x + 3^y = 90 \\ 3^{x+y} = 729 \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} 7^{x+y} = \sqrt{343} \\ 7^{x-y} = \sqrt{7} \end{cases}$$

(En el primer sistema haz $3^x = a$, $3^y = b$. Halla a y b , y después x e y)